

## BÀI TẬP NHÓM TOÁN CAO CẤP A1

### Nhóm 1

**Câu 1** Tính các giới hạn:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{e^{-x} + x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln[\cos^2(2x)]}{(e^{-x} - 1) \sin x}$

**Câu 2**

1. Tính  $I = \int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx$ , tích phân này hội tụ hay phân kỳ? Tại sao?

2. Xét sự hội tụ của  $J = \int_3^{+\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{(x^2 - 2)(8x + 3)}}$ .

**Câu 3** Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x - 2)^n}{\sqrt[3]{n + 1}}$ .

**Câu 4** Tìm cực trị hàm số  $z = x^3 - 6x^2 + 9x + y^3 - 3y^2$ .

### Nhóm 2

**Câu 1** Xét tính liên tục của hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + \sin^2 2x)}{x \sin x} & , \text{nếu } x \neq 0 \\ 1 & , \text{nếu } x = 0 \end{cases}$

**Câu 2**

1. Tính  $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$ , tích phân này hội tụ hay phân kỳ? Tại sao?

2. Xét sự hội tụ của  $J = \int_2^{+\infty} \frac{(e^{\frac{1}{x}} - 1) dx}{\sqrt[3]{x}}$ .

**Câu 3** Tìm cực trị hàm hai biến  $z = (x - 1)^2 + 2y^2$ .

**Câu 4** Tìm miền hội tụ của chuỗi  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n} 3^n}$ . Suy ra miền hội tụ của chuỗi  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} 3^n (x - 1)^{2n}}$

### Nhóm 3

**Câu 1** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x^2} - 1}{3x^2} & , \text{nếu } x \neq 0 \\ a & , \text{nếu } x = 0 \end{cases}$

1. Tìm  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

2. Với  $a = \frac{2}{3}$ . Tính  $f'(0)$ .

**Câu 2** Tính  $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ . Tích phân này hội tụ hay phân kì?

**Câu 3** Tìm cực trị hàm hai biến  $z = e^x(x + y)(x - y + 4)$ .

**Câu 4** Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(n^2+1)}$ .

#### Nhóm 4

**Câu 1** Tính các giới hạn:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - e^{3x})}{1 - \sqrt{\cos x}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\ln(\cos x)}$

**Câu 2**

1. Tính  $I = \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$ , tích phân này hội tụ hay phân kỳ? Tại sao?

2. Xét sự hội tụ của  $J = \int_0^2 \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\ln(1+2x)} dx$

**Câu 3** Tìm cực trị của hàm hai biến  $z = x^3 + 2xy - 8y^3$

**Câu 4** Xác định miền hội tụ của chuỗi  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$

#### Nhóm 5

**Câu 1** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^3} & , \text{ nếu } x > 0 \\ x^2 + x + a & , \text{ nếu } x \leq 0 \end{cases}$

**Câu 2**

1. Tính  $I = \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}$ , tích phân này hội tụ hay phân kỳ? Tại sao?

2. Khảo sát sự hội tụ của  $J = \int_0^1 \frac{\ln(1 + \sin x) dx}{\sqrt{x(x^2 + 2)}}$ .

**Câu 3** Tìm cực trị của hàm hai biến  $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$ .

**Câu 4** Xác định miền hội tụ của chuỗi  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} (x-1)^{2n}$ .