



التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

النقط $A(0, -2, 0)$ و $B(1, 1, -4)$ و $C(0, 1, -4)$

و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$.

بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1, 2, 3)$ و أن شعاعها هو 5 .

1 0,50 ن

بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$

2 1,00 ن

و استنتج أن : $4y + 3z + 8 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

أحسب $d(\Omega, (ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) .

2 0,50 ن

ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) .

3

بين أن : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

3 0,50 ن

بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) هو $(1, -2, 0)$

3 0,25 ن

تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) .

3 0,25 ن

التمرين الثاني : (3 ن)

حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$.

1 1,00 ن

نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط A و B و C

2

التي ألحاقها على التوالي : $a = 8i$ و $b = 4\sqrt{3} - 4i$ و $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران \mathcal{R}

الذي مركزه O و زاويته $\frac{4\pi}{3}$.

بين أن : $z' = \left(\frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z$

2 0,50 ن

تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران \mathcal{R} .

2 0,25 ن

بين أن : $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ثم أكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي .

2 0,75 ن

استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

2 0,50 ن

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد 1 و 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3

نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " .

و B الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .

بين أن $p(A) = \frac{3}{28}$ و أن : $p(B) = \frac{13}{28}$

1 1,25 ن

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .

2

حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

2 0,25 ن

بين أن : $p[X = 1] = \frac{15}{28}$ ☐ 2 ☐ 0,75 ن
 إعط قانون احتمال المتغير العشوائي X . ☐ 2 ☐ 0,75 ن

التمرين الرابع : (3 ن)



$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{3u_n}{21 + u_n} ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

- بين أن : $u_n > 0$; $(\forall n \in \mathbb{N})$. ☐ 1 ☐ 0,50 ن
 بين أن : $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ ☐ 2 ☐ 0,75 ن
 بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية و أنها متقاربة . ☐ 3 ☐ 0,50 ن
 بين بالترجع أن : $u_n \leq \left(\frac{1}{7}\right)^n$; $(\forall n \in \mathbb{N})$ ☐ 4 ☐ 0,75 ن
 حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. ☐ 4 ☐ 0,50 ن

التمرين الخامس : (8 ن)



نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^3 - x - 2 \ln x + 3$ ☐ ☐ I

تحقق من أن : $3x^3 - x - 2 = (x - 1)(3x^2 + 3x + 2)$: ☐ 1 ☐ I 0,25 ن

بين أن : $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$: ☐ 1 ☐ I 0,50 ن

تحقق من أن : $\frac{3x^2+3x+2}{x} > 0$: ☐ 2 ☐ I 0,25 ن

استنتج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $(x - 1)$ على المجال $]0; +\infty[$ ☐ 2 ☐ I 0,50 ن

بين أن الدالة g تناقصية على المجال $]0; 1[$ و تزايدية على المجال $[1; +\infty[$. ☐ 3 ☐ I 0,50 ن

استنتج أن : $g(x) > 0$: $\forall x \in]0; +\infty[$ (لاحظ أن : $g(1) > 0$) ☐ 3 ☐ I 0,50 ن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : ☐ ☐ II

$$f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$$

و ليكن (\mathcal{C}) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$)

بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من المجال $]0; +\infty[$ ثم استنتج أن f تزايدية على $]0; +\infty[$. ☐ 1 ☐ II 1,00 ن

بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا . ☐ 2 ☐ II 0,50 ن

بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1 + \ln x}{x^2} = 0$ ثم أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ☐ 2 ☐ II 0,75 ن

بين أن : $y = x - 1$: (Δ) مقارب مائل للمنحنى (\mathcal{C}) بجوار $+\infty$. ☐ 2 ☐ II 0,50 ن

بين أن $y = 3(x - 1)$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى (\mathcal{C}) في النقطة التي زوج إحداثياتها $(1; 0)$. ☐ 3 ☐ II 0,50 ن

أنشئ المستقيم (Δ) و (\mathcal{C}) (نقبل أن \mathcal{C}) نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها (☐ 4 ☐ II 0,75 ن

باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e}$ ☐ 5 ☐ II 1,00 ن

بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (\mathcal{C}) و (Δ) و المستقيمين $x = 1$ و $x = e$ هي : $\left(1 - \frac{1}{e}\right) \text{ cm}^2$. ☐ 5 ☐ II 0,50 ن